

또래 학습멘토링 활동일지

멘토링명	월토수		지도교사 확인
멘토	2학년 7반 8번 이름 : 홍수정		
멘티	2학년 8반 4번 이름 : 이은인		
학습주제	시놉스 (문제집) 함수의 연속 9단푼이		
활동일	2018년 4월 4일 토	활동장소	

학습 내용

#9 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대해

$f(x+3) = f(x)$ 를 만족시키고

$$f(x) = \begin{cases} ax+b & (-1 \leq x < 1) \\ x^2 + bx + 2a & (1 \leq x < 2) \end{cases}$$

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속,
 $a+b$ 는?

함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax+b) = a+b$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + bx + 2a) = 2a+b+1$$

$$f(1) = 2a+b+1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \text{ 이어야 하므로}$$

$$a+b = 2a+b+1 \quad \therefore a = -1$$

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서
연속이라면 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(-1)$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax+b) = -a+b$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 + bx + 2a) = 2a+2b+4$$

$$f(-1) = -a+b$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(-1)$$

$$-a+b = 2a+2b+4 \quad \therefore b = -3a-4$$

$$a = -1 \text{ 이므로 } b = -1 \quad \therefore -2$$

#12 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} a+x & (x \leq 1) \\ -x+2a & (x > 1) \end{cases}, g(x) = x^2 + ax + 3$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수
전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수
 a 의 값의 합은?

함수 $f(x)$ 는 $x \neq 1$ 인 실수 전체의 집합에서
연속이고 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 "
연속이므로 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x \neq 1$
실수 전체의 집합에서 연속. 그러므로
함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이어야 함.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = (a+1)(a+4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = (2a-1)(a+4)$$

$$f(1)g(1) = (a+1)(a+4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)g(x) = f(1)g(1)$$

$$\text{이어야 하므로 } (a+1)(a+4) = (2a-1)(a+4)$$

$$(a+4) \{ (2a-1) - (a+1) \} = 0$$

$$(a+4)(a-2) = 0$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -4$$

따라서 모든 실수 a 값의 합은

-2 이다.

$$\therefore -2$$

포레 학습멘토링 활동일지

멘토링명	월토수		지도교사 확인
멘토	2학년 7반 8번 이름: 홍수정		
멘티	2학년 8반 4번 이름: 이태민		
학습주제	시놉시스 (문제집) 미분 계수와 도함수 응답표이		
활동일	2018년 4월 16일	활동장소	

학습내용

#10 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대해

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - 1}{h} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - 2}{x^2 - 4} = 1$$

이 성립할 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 2}{x - 2}$ 의 값은?

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - 1}{h}$ 에서 $h \rightarrow 0$ 일때 분모 $\rightarrow 0$

이므로 $\lim_{h \rightarrow 0} \{f(2+h) - 1\} = 0 \quad f(2) = 1$

$$\therefore \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = f'(2) = 3$$

또 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - 2}{x^2 - 4} = 1$ 에서 $x \rightarrow 2$ 일때

분모 $\rightarrow 0$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 2} \{g(x) - 2\} = 0$

따라서 $g(2) = 2$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+2} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - 2}{x - 2}$$

$$= \frac{1}{4} \times g'(2) = 1 \quad \therefore g'(2) = 4$$

한편 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(2)}{x - 2}$ 은

$y = f(x)g(x)$ 의 $x=2$ 에서의 미분계수이고

$$y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \text{ 이므로}$$

$$f(2)g(2) + f'(2)g(2) + f(2)g'(2) = 3 \times 2 + 1 \times 4$$

$$= 10$$

$$\therefore 10$$

#23 자연수 n 에 대하여
다항함수 $f(x)$ 가 $f(1) = 2, (x^n + x)f'(x) = 2x^2 f(x)$ 를 만족시킬 때 $f(n)$ 의 값은?

$f(x)$ 의 최고차항은 ax^n 이라 하면

$f'(x)$ 의 최고차항은 akx^{n-1} 이므로

$(x^n + x)f'(x)$ 의 최고차항은 akx^{n+k-1} ,

$2x^2 f(x)$ 의 최고차항은 $2ax^{k+2}$ 이다.

즉 $ak = 2a, n+k-1 = k+2$ 에서 $k=2, n=3$

$f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)라 놓으면

$$f'(x) = 2ax + b \text{ 이므로}$$

$$(x^3 + x)f'(x) = 2x^2 f(x) \text{에서}$$

$$(x^3 + x)(2ax + b) = 2x^2(ax^2 + bx + c)$$

$$2ax^4 + bx^3 + 2ax^3 + bx^2 = 2ax^4 + 2bx^3 + 2cx^2$$

$$\therefore b=0 \quad a=c$$

이때 $f(x) = ax^2 + a$ 이고 $f(1) = 2$

$$a = 1$$

따라서 $f(x) = x^2 + 1$ 이고 $n=3$ 이므로

$$f(n) = f(3) = 10$$

$$\therefore 10$$